

O kolik peněz připraví klienta poplatek?

Skejwinovo jednoduché odvození pro jednorázový vklad.

Otázky? Nice!
lukas@skejwin.cz

Máme počáteční kapitál K_V , diskrétní roční výnos aktiv i , roční poplatek p . Budoucí kapitál K po n letech bez aplikovaného poplatku je

$$K = K_V(1 + i)^n.$$

V případě, že poplatek aplikován je, pak je třeba opravit o poplatek faktorem $(1 - p)$ a budoucí kapitál K' je roven

$$K' = K_V[(1 + i)(1 - p)]^n = K_V(1 + i)^n(1 - p)^n.$$

O jakou část ξ budoucího kapitálu mě poplatek připraví?

$$\xi = 1 - \frac{K'}{K} = 1 - (1 - p)^n.$$

A o kolik peněz Δ ?

$$\Delta = K - K'.$$

Pozorování: Všimněme si, že ξ je nezávislé na vkladu K_V i zhodnocení i .

O kolik peněz připraví klienta poplatek?

Skejwinovo úplné odvození pro jednorázový i pravidelný vklad.

Otázky? Nice!
lukas@skejwin.cz

Máme počáteční kapitál K_V , pravidelné měsíční vklady K^* průběžně navyšované s měsíčním růstem i_K , diskrétní měsíční výnos aktiv i a měsíční poplatek p , případně růst cen popsany měsíční mírou i_I . Budeme studovat budoucí kapitál K_{tot} po n měsících.

Začneme postupně. Na začátku (v nultém měsíci) mám pouze svůj vklad:

$$n = 0 \quad \dots \quad K_{tot} = K_V + K^*$$

Po prvním měsíci se mi vklady zhodnotí, poníží o poplatek a vložím další vklad, opravený o růst vkladu:

$$n = 1 \quad \dots \quad K_{tot} = (K_V + K^*)(1 + i)^1(1 - p)^1 + K^*(1 + i_K)^1$$

Další měsíc se znovu všechny vklady zhodnotí, poníží a vložím další navýšený vklad:

$$n = 2 \quad \dots \quad K_{tot} = (K_V + K^*)(1 + i)^2(1 - p)^2 + K^*(1 + i_K)^1(1 + i)^1(1 - p)^1 + K^*(1 + i_K)^2$$

O kolik peněz připraví klienta poplatek?

Skejwinovo úplné odvození pro jednorázový i pravidelný vklad.

Otázky? Nice!
lukas@skejwin.cz

Třetí měsíc se situace opakuje:

$$\begin{aligned} n = 3 \dots K_{tot} = & \underbrace{(K_V + K^*)(1+i)^3(1-p)^3}_{K_3} + \underbrace{K^*(1+i_K)^1(1+i)^2(1-p)^2}_{K_2} + \underbrace{K^*(1+i_K)^2(1+i)^1(1-p)^1}_{K_1} \\ & + \underbrace{K^*(1+i_K)^3}_{K_0} \end{aligned}$$

Vidíme krásně, že až na člen K_V se K_{tot} po n měsících se dá zapsat jako součet K_m :

$$\sum_{m=0}^n K_m = \sum_{m=0}^n K^* (1+i_K)^{n-m} (1+i)^m (1-p)^m = K^* (1+i_K)^n \sum_{m=0}^n \left[\underbrace{\frac{(1+i)(1-p)}{1+i_K}}_q \right]^m$$

Součet posloupnosti tohoto typu známe ze střední školy, tedy $\sum_{m=0}^n q^m = \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$,
a můžeme náš výraz zapsat v konečném tvaru včetně členu s K_V .

O kolik peněz připraví klienta poplatek?

Skejwinovo úplné odvození pro jednorázový i pravidelný vklad.

Otázky? Nice!
lukas@skejwin.cz

Náš výsledný kapitál po n letech postupných vkladů tedy činí:

$$K_{tot} = K_V q^n (1 + i_K)^n + K^* (1 + i_K)^n \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}, \text{ kde } q = \frac{(1+i)(1-p)}{1+i_K}$$

Pro získání části budoucího kapitálu ξ , o kterou mě průběžný poplatek připraví, jednoduše spočítám K'_{tot} s poplatkem p a bez něj (K_{tot}) a podělím je:

$$\xi = 1 - \frac{K'_{tot}}{K_{tot}}$$

Peníze, o které přijdu, Δ , jsou pak

$$\Delta = K_{tot} - K'_{tot}$$

Aplikace jednorázového poplatku za vklad/výběr p_J se pak aplikuje jako jednoduché ponížení $K_0 \rightarrow K_0(1 - p_J)$.

Měsíční výnosy a poplatky (X_M) se z ročních (X_R) získají geometrickým průměrem: $X_M = (1 + X_R)^{1/12} - 1$.

Inflace se očistí aplikací $K_{tot} \rightarrow K_{tot}/(1 + i_I)^n$.